**3° RACINES CARRÉES : fiche élève**

Extraits de la Géométrie de Nicolas CHUQUET (1484).

**1.** *Mesure du diamètre du cercle inscrit dans un triangle équilatéral ABC dont le côté mesure 12 .*

Chuquet trouve ED = $\frac{2}{3}\sqrt{108} = \sqrt{48}$ .

Démontre que l'égalité est vraie .

**2.** *Côtés d'un rectangle PCGK inscrit dans un cercle de diamètre 12 et dont la largeur est les deux tiers de la longueur.*

Trouve les côtés de ce rectangle.

Pour la longueur, Chuquet trouve : KG = $\frac{3}{2}\sqrt{44+\frac{4}{13}} = \sqrt{99+\frac{9}{13}}$

Démontre que l'égalité est vraie.

Trouves-tu le même résultat que Chuquet ?

**3.** *Calcul de la diagonale FK du losange FGKP tel que FG = 6 and GP = 6 .*

Chuquet donne comme réponse : FK = $\sqrt{27} + \sqrt{27} = \sqrt{108}$ .

Justifie les deux égalités.

**4.** *Diamètre BG du cercle circonscrit au triangle équilatéral ABC dont le côté mesure 8.*

Chuquet trouve: BG = $\sqrt{5+\frac{1}{3}} + \sqrt{48} = \sqrt{85+\frac{1}{3}}$

Démontre que l'égalité est vraie.

Quelle autre écriture proposes-tu pour la réponse ?

**5.** *Aire d'un octogone régulier AEBFCGDH inscrit dans un cercle de diamètre 20, et de centre O .*

Chuquet résout le problème par trois méthodes différentes : dans chaque cas il trouve $\sqrt{80\,000}$ .

A toi de trouver aussi cette réponse à partir du début de ses calculs.

1) Aire = aire ABCD + 4×aire AEB = $200 + 2(10 - \sqrt{50})\times\sqrt{200}$ = ...

2) Aire = 8×aire AEO = $8\times\frac{1}{2}\times(\sqrt{50}\times 10)$ = ...

3) Aire = 8×aire AEO = $8\times\frac{1}{2}\times AE\times OK$ = ...

avec : OK hauteur de AEO, $AE^2 = (\sqrt{50})^2 + (10 - \sqrt{50})^2$,

et $OK^2 = 10^2 - (50 - \sqrt{1250})$

**6.** *Calcul du côté d'un triangle isocèle ABC de base 8 et de hauteur 8.*

Chuquet prouve que : AB = $\sqrt{960} - \sqrt{720} + \sqrt{1280} - \sqrt{960}$ .

Fais une figure et calcule directement AB.

Retrouve la réponse à partir de la valeur de AB donnée par Chuquet .

**7.** *Calcul du côté FK d'un triangle équilatéral se trouvant à l'intérieur d'un triangle équilatéral de côté 12, sachant que la distance entre les côtés des deux triangles est 2.*

Chuquet trouve: FK = $\sqrt{\frac{4}{3}(\sqrt{108} - 6)^2} = 12 - \sqrt{48}$ .

Démontre que l'égalité est vraie.

Ensuite Chuquet calcule l'aire qui sépare les deux triangles et trouve, en utilisant deux

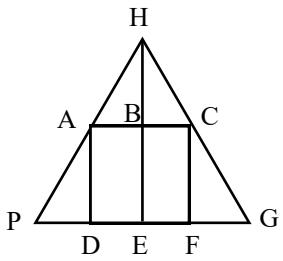
méthodes différentes, $72 - \sqrt{432}$ .

Première méthode : aire = $\dfrac{3\times2 + 3(12 - \sqrt{48})}{2} \times 2$

Deuxième méthode : aire = $\sqrt{\dfrac{36}{2}\times6^3} - \left(\dfrac{12 - \sqrt{48}}{2}\right)\times(\sqrt{108} - 6)$

Prouve que ces deux calculs conduisent au résultat $72 - \sqrt{432}$ .

**8.** *Calcul du côté d'un carré ACDF inscrit dans un triangle équilatéral HGP de côté 8 .*
Chuquet trouve : AD = $\sqrt{768} - 24$.




Pour vérifier son résultat, il calcule la hauteur HE du triangle équilatéral, en calculant d'abord :
HB = $\sqrt{\dfrac{3}{4}(\sqrt{768} - 24)^2} = 24 - \sqrt{432}$ .
Démontre cette égalité.
Puis il écrit : BE = $\sqrt{768} - 24$ . Pourquoi ?
Enfin il écrit : HB + BE = $\sqrt{768} - \sqrt{432} = \sqrt{48}$ .
Est-ce juste ?

Il est alors satisfait car il savait, avant de calculer AD, que la hauteur HE valait $\sqrt{48}$ . Pourquoi ?

**9.** *Carrés concentriques.*
" Il est ung quarré .b.c.d.f. contenant 20 porcions quarrées, dedans lequel en a ung aultre quarré .g.h.j.k. equidistant de l'aultre, contenant en soi 12 porcions quarrées; assavoir moult combien il y a de l'ung a l'aultre, c'est de .g. jusques a .p.; response : soustraiz .g.j. qui est $R^2$.12. de .b.d. qui est $R^2$.20., reste $R^2$.20. $\overline{m}$ $R^2$.12. qui sont le double de .p.g.; prans en doncques le subdouble qui est $R^2$.5. $\overline{m}$ $R^2$.3., et tant est .g.p. qui est la distance de l'ung a l'aultre."

Fais une figure, écris avec les notations actuelles le calcul de Chuquet , et explique-le.
Quelle est l'aire qui sépare les deux carrés ?
Chuquet retrouve ce résultat avec le calcul suivant que tu poursuivras jusqu'à arriver au résultat que tu viens de trouver :
aire = $(\sqrt{5} - \sqrt{3})\times\left(\dfrac{4\sqrt{20} + 4\sqrt{12}}{2}\right)$ = ...

*Cela permet de vérifier que les règles de calcul avec les racines carrées "marchent" bien.*

## Ressources

***- Racines carrées en 3ème : exemple 5 de l'article Enseigner par les activités (Repères-IREM n°8, pages 15-16 et 28-31)***
En ligne à partir de Publimath (https://bibnum.publimath.fr/IWR/IWR92005.pdf), ou de la page Repères-IREM du Portail des IREM ou de l'IREM de Grenoble (https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/revues/reperes-irem/consultation-en-ligne/numero-008-reperes-irem/1-enseigner-par-les-activites--1353663.kjsp?RH=1702555927062).

***- Nicolas Chuquet, La géométrie, première géométrie algébrique en langue française (1484)***
Introduction, texte et notes par Hervé l'Huillier, Vrin, 1979 (texte établi à partir des manuscrits de Chuquet).